Licence 2

U.F.R. Sciences Économiques et de Gestion

Mathématiques Appliquées 3

Cours: E. Leopold.
Travaux dirigés: E. Leopold & J.-M. Barbaroux
email: barbarou@univ-tln.fr
web: http://barbarou.univ-tln.fr

---

1. Primitives, Intégrales

Commencez par réviser les dérivées des fonctions usuelles.
(voir par exemple la fiche L1-Mathématiques Appliquées 2).

Exercice 1.1. *Déterminer les dérivées des fonctions suivantes, en précisant leur domaine de définition.*

$$f_1(x) = x^4 + e^x, \quad f_2(x) = \frac{x^2+1}{x^3-1}, \quad f_3(x) = \ln(x), \quad f_4(x) = e^{\frac{1}{x}},$$
$$f_5(x) = \sqrt{x^5+2x^3-1}, \quad f_6(x) = x^2\ln(x), \quad f_7(x) = \ln(|x|), \quad f_8(x) = \ln(\frac{x^4-1}{2x+1}).$$

Exercice 1.2. *On rappelle la dérivée d'une fonction composée.*
Pour $h(x) = f \circ g(x) = f\,(g(x))$, on a:

$$h'(x) = g'(x) \times f'(g(x)). \tag{1}$$

La dérivée de h est définie en tout point x_0 tel que g dérivable en x_0 et f dérivable en $g(x_0)$ (en d'autres termes, partout où l'expression (1) a un sens).
On rappelle que pour tout x dans $\mathbb{R}$, $(\cos(x))' = -\sin(x)$. À l'aide de la formule (1), calculer la dérivée de $h(x) = \cos(x^3+x-1)$.
[Réponse: $h'(x) = -(3x^2+1)\sin(x^3+x-1)$]

Exercice 1.3. *Déterminer une primitive des fonctions suivantes:*
i) Par calcul direct:

$$g_1(x) = e^x, \ g_2(x) = x^4, \ g_3(x) = \frac{1}{x^5}, \ g_4(x) = \sqrt{2x+1},$$
$$g_5(x) = e^{5x-1}, \ g_6(x) = x^6 + \sqrt{x}, \ g_7(x) = x^7\sqrt[3]{x}.$$

ii) À l'aide d'une intégration par parties (dont on commencera par appeler la formule):

$$h_1(x) = xe^{2x}, \ h_2(x) = x\ln(x), \ h_3(x) = \ln(4x+1), \ h_4(x) = x^2e^(x), \ h_5(x) = x\cos(x).$$

Exercice 1.4. *Déterminer la valeur des intégrales suivantes.*

$$I_1 = \int_1^2 (x^3+x^2-x+1)dx, \quad I_2 = \int_1^3 \ln(x)dx,$$
$$I_3 = \int_0^1 \sqrt{x}dx, \ I_4 = \int_1^3 x\ln(x)dx, \ I_5 = \int_{-2}^{-1} \frac{1}{x}dx$$
$$I_6 = \int_{-1}^1 f(x)dx \quad \text{où} \quad f(x) = e^x \quad \text{pour} \quad x \geqslant 0 \quad \text{et} \quad f(x) = x+1 \quad \text{si} \quad x < 0.$$