

**UNIVERSITÉ
DU
SUD TOULON-VAR**
Faculté des Sciences et Techniques
Examen de E12 (Méthodologie Maths) - 16 novembre 2007
Mentions *Mathématiques* et *Informatique*

Durée de l'épreuve: 1h00

Documents et calculatrice interdits

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction.

Exercice 1. i) Ecrire la négation de chacune des assertions suivantes. Dans chaque cas déterminer si l'assertion est vraie ou fausse.

(1) $\exists R \in \mathbb{R}_+, \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 = R^2.$

(2) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \exists R \in \mathbb{R}_+, x^2 + y^2 = R^2.$

ii) Ecrire la négation de

$$\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall h \in \mathbb{R}, (|h| < \delta \Rightarrow |\sin(h)| < \epsilon).$$

Exercice 2. i) Expliquer le principe d'un raisonnement par contraposée.

ii) Montrer que l'assertion suivante est vraie (n désigne un nombre entier):

$$n^2 \text{ impair} \Rightarrow n \text{ impair.}$$

Est-ce que la réciproque est vraie? (justifier rigoureusement votre réponse)

Exercice 3. Pour $n \in \mathbb{N}$, on rappelle que

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n, \quad \text{avec } 0! = 1$$

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a

$$\sum_{k=1}^n k k! = (n+1)! - 1.$$